УДК 624.072.14

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЕРЕРІЗІВ МОНОСТАЛЕВИХ СТРИЖНІВ ПРИ ЗГИНІ З ПОЗДОВЖНЬОЮ СИЛОЮ ЗА МЕЖЕЮ ПРУЖНОСТІ

Л. Кузенко, к.т.н.
Львівський національний аграрний університет

Ключові слова: закономірність формоутворення, компонування оптимальних перерізів, область обмежених пластичних деформацій, оптимальне проектування.

Досліджуються закономірності формоутворення та питання розробки обчислень моносталевих Т-подвійних перерізів. Запропоновано алгоритми вільно-ітераційних форм оптимальної області перетину перерізів напружено-деформованих металевих стрижнів при навантаженні. Розроблені методи базуються на оптимальних умовах застосування, враховуючи закономірності проектування та використання у проектуванні оптимальних стрижневих споруд.

Постановка проблеми. На сучасному етапі розвитку металевих конструкцій є кілька найпоширеніших методів розв'язання задач зниження металомісткості.

По-перше, це оптимальне проектування металевих стрижнів (і загалом конструкцій), яке передбачає отримання раціонального варіанта та забезпечує економію матеріалу з одночасним зменшенням витрат на виготовлення за повного виконання будівельних норм і правил. Отримати рішення поставленого завдання дозволяють такі основні критерії оптимізації, як: відповідність конструктивної форми технологічним вимогам процесу виготовлення, функціональному призначенню споруди, а також умовам експлуатації; мінімальна маса металевих конструкцій; мінімальна трудомісткість виготовлення й монтажу конструкцій; найбільш можлива швидкість й зручність монтажу конструкцій; мінімальна вартість каркаса будівель і споруд. Вибраний критерій оптимальності визначає постановку та математичне формулювання задач оптимального проектування.

По-друге, розрахунки елементів металевих конструкцій за граничними станами з урахуванням пластичної стадії деформування сталі. Введення критерію обмежених пластичних деформацій при розрахунках сталевих конструкцій надало подальший поштовх у розвитку методик урахування обмежених пластичних деформацій на широкий клас статично навантажених конструкцій, а також розробки відповідних рекомендацій щодо розрахунку елементів стрижневих металевих конструкцій. Крім того, додаткові резерви економії металу надає проектування конструкцій із біталевих стрижнів.

Кожний із цих напрямів проектування металевих конструкцій дає свої позитивні результати щодо підвищення їх економічності, проте в комплексі вони не розглядалися. Тому вважається доцільним поєднання цих методів, зокрема дослідження щодо оптимізації перерізів стиснуто-зігнутих і розтягнуто-зігнутих моно- та біталевих стрижнів за умови міцності в області обмежених пластичних деформацій, що відкриває додаткові шляхи економії металу, можливість подальшого вдосконалення методів розрахунку металевих конструкцій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Становлення й розвиток теорії оптимальних систем належать відомим ученим А.І.Виноградову, К.Г.Протасову, Ю.А.Радцигу, К.М.Хуберяну.

Деформаційна природа більшості граничних станів, яку вперше встановив М.С.Стрелецький, отримала розвиток у працях В.О.Балдіна, М.П.Беленя, Г.Є.Бєльського, В.В.Бірюльова, Б.М.Броуде, О.В.Геммерлінга.

Використанню критерію обмежених пластичних деформацій у розрахунках сталевих конструкцій присвячені дослідження М.Д.Жудіна, М.М.Стрелецького, О.І.Стрельбицької, М.Л.Чернова, В.С.Шебаніна, А.А.Чираса.

Проте, незважаючи на очевидну ефективність зниження металомісткості, дослідженням з оптимізації металевих стрижнів із використанням методик розрахунку за граничними станами, у тому числі й критерію обмежених пластичних деформацій, сьогодні приділяють недостатньо уваги [3; 5].

Постановка завдання. Метою нашого дослідження стало вивчення напружено-деформованого стану перерізів моносталевих стрижнів у разі згину з поздовжньою силою та встановлення закономірності формоутворення двотаврових перерізів мінімальної площі сталевих стрижнів за умови розвитку обмежених пластичних деформацій.

Виклад основного матеріалу. Проектування перерізів моносталевих стрижнів, які мають меншу вагу за заданої несучої здатності, можливе на основі використання прихованих запасів металу, тобто його перерозподілу в поперечному перерізі, що залежить насамперед від його конструктивної форми, а саме – від співвідношення між окремими елементами. Для прийнятих до розгляду симетричних та асиметричних двотаврових перерізів такими елементами, що найсуттєвіше впливають на перерозподіл матеріалу в поперечному перерізі, а отже, і на ефективність стрижня загалом (рис.1, *а*) є: h – висота стінки; t – товщина стінки; b_1 – ширина більшої полиці; b_2 – ширина меншої полиці; t_1 – товщина більшої полиці; t_2 – товщина меншої полиці; A_1 – площа більшої полиці; A_2 – площа стінки; A_3 – площа меншої полиці; A – повна площа перерізу.

Теоретичне визначення напружено-деформованого стану перерізу проводили з використанням прийнятої ідеалізованої діаграми Прандтля, наведеної на рис.1, *б*, з якої залежність напруг від деформацій визначається таким чином:

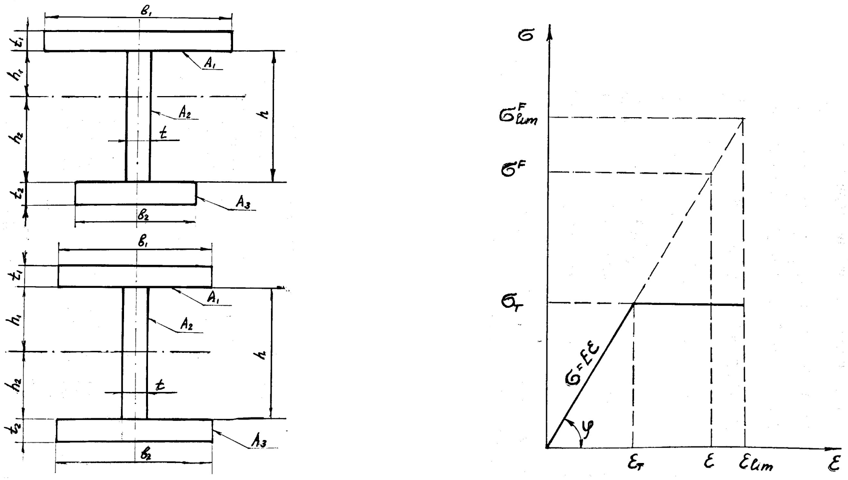
$$\text{- за}\quad 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_T \qquad \sigma = E\cdot\varepsilon\,; \tag{1}$$

$$\text{- за}\quad \varepsilon_T < \varepsilon \le \varepsilon_{lim} \qquad \sigma = \sigma_T\,, \tag{2}$$

де $E = 2{,}06\cdot10^5$ МПа – модуль пружності; ε_T – деформація, яка відповідає межі плинності σ_T; ε_{lim} – повна деформація, яку визначають з умови:

$$\varepsilon_{lim} = \sigma_T/E + \varepsilon_{ip,lim} = \varepsilon_T + \varepsilon_{ip,lim}\,, \tag{3}$$

де $\varepsilon_{ip,lim}$ – обмеження інтенсивності пластичних деформацій.



а) б)

Рис. 1. Основні параметри асиметричних і симетричних перерізів (а) та ідеалізована діаграма Прандтля (б).

На рис. 1, *б* суцільною лінією показана пружно-пластична діаграма Прандтля, а штриховою – залежність фіктивних напружень σ^F від деформацій ε у припущенні необмежено пружної роботи матеріалу. У цьому разі значення фіктивних напружень $\sigma_T < \sigma^F \le \sigma^F_{lim}$ визначають, як і значення σ, у межах пружної роботи, а саме:

$$\text{- при}\quad 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_T \qquad \sigma = E\cdot\varepsilon\,; \tag{4}$$

$$\text{- при}\quad \varepsilon_T < \varepsilon \le \varepsilon_{lim} \qquad \sigma^F = E\cdot\varepsilon_{lim}\,. \tag{5}$$

Найбільше значення фіктивних напружень відповідатиме граничній інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_{ip,lim}$ – $\sigma^F_{lim} = E\cdot\varepsilon_{lim}$, або □□□□$\sigma^F_{lim}$=□ $\sigma_T + E\cdot\varepsilon_{ip,lim}$.

За фіктивних напружень $\sigma_T < \sigma^F \le \sigma^F_{lim}$, або, що те саме, за деформацій $\varepsilon_T < \varepsilon \le \varepsilon_{lim}$ дійсні напруги в області пластичних деформацій стрижня дорівнюють межі плинності σ_T.

Використовуючи наведені залежності, розглянули найхарактерніші граничні епюри нормальних напружень симетричних і асиметричних двотаврових перерізів для можливих видів напружено-деформованого стану в області обмежених пластичних деформацій за згину з поздовжньою силою у разі різних комбінацій напрямів дії поздовжніх сил і згинальних моментів (усього 15 випадків).

Виходячи з проведеного аналізу, з погляду максимально повного використання матеріалу перерізів розглядуваних стрижнів будуть випадки, коли: для симетричних перерізів нейтральна лінія проходить по середині висоти профілю, тобто α = 0,5, а поздовжня сила відсутня – N = 0; для асиметричних перерізів – α = 0,5, а поздовжня сила при цьому визначається з умови $|N|=(A-A_3)\cdot R_f$, де R_f – розрахунковий опір матеріалу [1].

Внаслідок того, що граничні епюри нормальних напружень і схеми навантажень асиметричних перерізів є більш загальними, надалі для вирішення питань компонування оптимальних складених моносталевих двотаврових перерізів була розглянута епюра напружено-деформованого стану оптимально завантаженого асиметричного моносталевого перерізу (рис. 2).

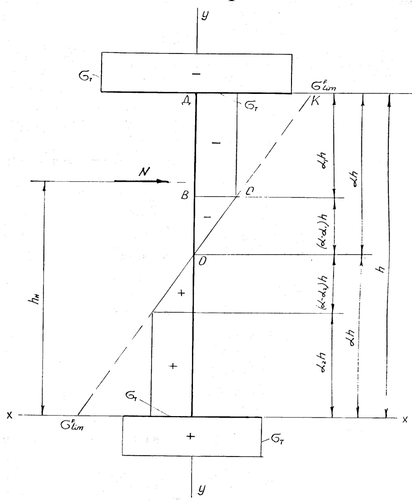


Рис. 2. Умовна гранична епюра нормальних напружень оптимально завантаженого симетричного моносталевого перерізу.

Для розв'язання задачі визначення залежності площ складових елементів перерізу від умов навантаження введемо позначення відношення $A_1/A_2 = q$, тоді площі A_1 і A_3 запишемо в такому вигляді: $A_1 = A_2\cdot q$; $A_3 = A - A_1 - A_2$.

Для зручності розрахунків поздовжню силу N можна представити в частках від її граничного значення $N_{\lim}$, яке визначається з умови – $N_{\lim} = (A_1+A_2)\cdot R_f + A_2 R_w$. Або, з урахуванням того, що стрижень моносталевий і $R_f = R_w$, а $A_1+A_2+A_3 = A$, $N_{\lim} = A\cdot R_f$. Введемо позначення $N/N_{\lim}$ через n, з якого $N = n\cdot N_{\lim}$. Тоді умова оптимального завантаження перерізу, коли нейтральна лінія проходить через середину висоти профілю, запишеться в такому вигляді: $(A_1 - A_3)\cdot R_f = A\cdot R_f|n|$.

Розглянувши граничну епюру нормальних напруг оптимально завантаженого асиметричного двотаврового перерізу (див. рис. 2) і розмістивши систему координат таким чином, що вісь X-X проходитиме через нижню полицю, а вісь Y-Y – по стінці, з урахуванням прийнятих позначень значення згинального моменту, що характеризує несучу здатність перерізу, визначиться так:

$$M_{\lim} = \left| -A_1 R_f h - A_2 R_f h \left(\frac{6\varepsilon_{ip,\lim}\varepsilon_T + 3\varepsilon_{ip,\lim}^2 + 2\varepsilon_T^2}{12\left(\varepsilon_T + \varepsilon_{ip,\lim}\right)^2} \right) \right| - |N| h_н . \qquad (6)$$

У залежності (6) поздовжню силу виразимо через $N = A\cdot R_f\cdot|n|$ і, підставивши значення A_1, A_2 і $h_н$ згідно з прийнятими позначеннями, отримаємо:

$$M_{\lim} = \left| -AR_f h \frac{1+|n|}{1+2q} q - AR_f h \frac{1+|n|}{1+2q} \left(\frac{6\varepsilon_{ip,\lim}\varepsilon_T + 3\varepsilon_{ip,\lim}^2 + 2\varepsilon_T^2}{12\left(\varepsilon_T + \varepsilon_{ip,\lim}\right)^2} \right) \right| - AR_f |n| \frac{1}{2} h \left(1+|n|\right) , \qquad (7)$$

або, після спрощення:

$$M_{\lim} = AR_f h \left(\left| -q \frac{1+|n|}{1+2q} - \frac{1+|n|}{1+2q} \cdot \frac{6\varepsilon_{ip,\lim}\varepsilon_T + 3\varepsilon_{ip,\lim}^2 + 2\varepsilon_T^2}{12(\varepsilon_T + \varepsilon_{ip,\lim})^2} \right| - \frac{1}{2}|n|(1+|n|) \right) . \qquad (8)$$

Аналізуючи отриману аналітичну залежність (8), бачимо, що граничний згинальний момент, який витримує моносталевий двотавровий переріз площею A і розрахунковим опором матеріалу стрижня R_f насамперед залежить від співвідношення $A_1/A_2 = q$, [2] і значення поздовжньої сили N (відношення $n = N/N_{\lim}$).

З метою виявлення залежностей співвідношень між оптимальними значеннями складових елементів перерізів A_1, A_2, A_3 проводили розрахунки стрижнів за різних значень A і схем навантаження за отриманими залежностями, для чого був розроблений алгоритм розрахунку. Проведені розрахунки дали змогу виявити єдину закономірність формоутворення оптимальних двотаврових перерізів моносталевих стрижнів.

При цьому встановлено, що наведені залежності справедливі в певному проміжку меж зміни поздовжніх сил N, за яких навантаження на верхню або нижню полицю нульові, тобто вони стають "зайвими", і двотавр вироджується в тавр. Розміри меж знаходяться в такій залежності від q:

$$-\frac{q}{1+q} \le \frac{N}{N_{\lim}} \le \frac{q}{1+q}. \qquad (9)$$

З урахуванням цього отримана залежність для визначення максимального граничного моменту $M_{\lim}$, за умови виродження двотавра в тавр і прийнятих умов оптимізації:

$$M_{\lim} = AhR_f\left\{\left|-|n|\left[1+\frac{1}{12}\frac{\left(6\varepsilon_{ip,\lim}\varepsilon_T+3\varepsilon_{ip,\lim}^2+2\varepsilon_T^2\right)}{(\varepsilon_T+\varepsilon_{ip,\lim})^2}\right]\right|-\frac{1}{2}|n|(1+|n|)\right\}. \qquad (10)$$

З виразу (10) видно, що граничний момент $M_{\lim}$ у цьому разі залежить тільки від $|n|$, максимальне значення якого буде при $|n|$, що визначиться з умови, коли похідна $dM_{\lim}/d|n| = 0$. Для цього, прийнявши, що для певного випадку $Ah\cdot R_f = C$ і $1/12(6\varepsilon_{ip,\lim}\varepsilon_T+3\varepsilon_{ip,\lim}^2+2\varepsilon_T^2)/(\varepsilon_T+\varepsilon_{ip,\lim})^2 = K$ – величини сталі та позбувшись знака абсолютної величини, залежність (8) запишемо в такому вигляді:

$$M_{\lim} = C[|n|\cdot(1+K) + K - 0{,}5\cdot|n| - 0{,}5\cdot|n|^2]. \qquad (11)$$

$$dM_{\lim}/d|n| = C\cdot(1+K) - 0{,}5\cdot C - C\cdot|n| = 0, \qquad (12)$$

звідки:

$$|n|^* = 0{,}5 + K. \qquad (13)$$

Або, підставивши замість K його значення, отримаємо:

$$|n|^* = 0{,}5 + 1/12(6\varepsilon_{ip,\lim}\varepsilon_T+3\varepsilon_{ip,\lim}^2+2\varepsilon_T^2)/(\varepsilon_T+\varepsilon_{ip,\lim})^2. \qquad (14)$$

Як видно з наведеного, прийняті нами умови оптимізації двотаврових перерізів моносталевих стрижнів задовольняються в певних межах значень поздовжніх сил, розміри яких залежать тільки від розрахункового опору матеріалу стрижня R_f і прийнятої граничної інтенсивності пластичних деформацій $\varepsilon_{ip,\lim}$ [4].

У таблиці наведено значення $|n|^*$ для різних, найхарактерніших, випадків.

Таблиця

Розрахункові значення $|n|^*$

R_f(МПа) / $\varepsilon_{ip,\lim}$	230	260	300	340	370	400
0,001	0,727	0,721	0,720	0,717	0,715	0,713
0,002	0,738	0,736	0,735	0,733	0,731	0,729
0,004	0,746	0,745	0,743	0,742	0,741	0,740

Виходячи з отриманих залежностей, розв'язують задачі щодо отримання оптимальних симетричних перерізів стрижнів з найменшою площею $A_{\min}$ з урахуванням конструктивних особливостей сталі та заданих значень поздовжньої сили N і згинального моменту $M_{\lim}$. Для симетричних перерізів задачу розв'язують задаванням значень A_1 (або A_3 – з умови симетричності профілів $A_1 = A_3$) від 0 до $A_{1доп} = A_2\cdot q$, що вводяться у вихідні дані згаданого алгоритму замість значення площі всього перерізу, яка у свою чергу визначається як:

$$A_{\min} = A_1(2 + 1/q). \qquad (15)$$

Для асиметричних перерізів ця залежність набуває вигляду:

$$A_{\min} = A_1(q_п + q + 1), \qquad (16)$$

де $q_п = A_3/A_1$ і знаходиться в межах $0 < q_п \le 1$.

Висновки. Виявлено єдину закономірність формоутворення оптимальних двотаврових перерізів моносталевих стрижнів за умови міцності, що підтверджується рівністю певних оптимальних значень $q = A_1/A_2$ за відповідних значень $n = N/N_{\lim}$ для будь-яких значень повної площі перерізу A. Встановлені розміри меж виродження двотавра в тавр, яке зумовлене зміною поздовжньої сили N від максимальних стискальних до максимальних розтяжних зусиль, за яких існує розв'язок задачі пошуку двотаврових перерізів моносталевих стрижнів. Для оптимальних двотаврових перерізів ці розміри залежать тільки від розрахункового опору матеріалу стрижня R_f та прийнятої межової інтенсивності пластичних деформацій $\varepsilon_{ip,lim}$, а за фіксованих неоптимальних значень q – розміри меж визначаються з наведеної залежності (9).

Бібліографічний список

1. Кузенко Л. М. Раціональне використання сталевих стрижнів при роботі в області обмежених пластичних деформацій / Л. М. Кузенко // Современные строительные конструкции из металла и древесины. – Одесса : ОГАСА, 2001. – С. 138-144.
2. Юрченко В. В. Оптимізація конструктивної форми перехресних металевих систем : автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук / В. В. Юрченко. – К., 2003. – 19 с.
3. Пацкевич З. Р. Удельный момент сопротивления изгибу и его применение к расчетам металлических балок / З. Р. Пацкевич. – С.-Пб., 1894. – 234 с.
4. Пермяков В. А. Комплекс программ для решения задач оптимизации стержневых конструкций / В. А. Пермяков, В. М. Ременников // Металлические конструкции и испытания сооружений : межвуз. темат. сб. тр. – Л. : ЛИСИ, 1989. – С. 60-64.
5. Реклейтис Г. Оптимизация в технике : в 2 кн. / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел; пер. с англ. В. Я. Алтаева, В. И. Моторина. – М. : Мир, 1986– . –

Кн. 1. – 1986.– 312 с.

Кн. 2. – 1986.– 350 с.

Кузенко Л., Исследование напряженно–деформированного состояния сечений моностальных стержней при изгибе с продольной силой за границей упругости

Исследуются закономерности формообразования и вопросы разработки вычислений моностальных Т-двойних сечений. Предложены алгоритмы свободно итерационных форм оптимальной области пересечения сечений напряженно деформированных металлических стержней при нагрузке. Разработанные методы базируются на оптимальных условиях применения, учитывая закономерности проектирования и использования при проектировании оптимальных стержневых сооружений.

Ключевые слова: закономерность формообразования, компоновка оптимальных сечений, область ограниченных пластических деформаций, оптимальное проектирование.

Kuzenko L. The investigation of stressed and deformed cuts state of monosteel stems under longitudial bend force out of elastic limit

The problems of showing up of shaping regularity and design of monosteel double-T sectional view calculation procedures are investigated in the thesis. Iteration-free configuration algorithms of optimal cross section of bent-compressed and bent-tensile steel stems under strength conditions are suggested. Designed methods are based on optimal conditions implementation taking into consideration the designing regulations and used at optimal project of bar structures.

Key words: shaping regularity, optimal section configuration, limited plastic deformation, optimal design.